IV.

Le funzioni p_0 (w), q_0 *(u)* usate nelle considerazioni dell'articolo precedente possono assumere moltissime forme diverse, senza che la curva da esse individuata cambi sostanzialmente di natura. A ciascuna delle forme conciliabili con questa condizione corrisponde uno speciale sistema isometrico, di cui essa fa parte, precedentemente designato con v = cost. Si può determinare la forma di quelle funzioni introducendo opportune condizioni. Ne daremo un esempio, supponendo che, insieme alla curva anzidetta, sia data la curva isometrica che deve succederle a distanza infinitesima nel sistema isometrico, del quale facciano parte due curve infinitamente vicine, date ad arbitrio.

Le due curve contigue siano definite dalle equazioni

(i?) jp= £ > « > A = (? = £>0) , (?! = q_0 00 + T QOO >

dove y è una costante infinitamente piccola. Gli incrementi delle coordinate p_9 q corrispondenti all'estremità dell'elemento *ds* della prima curva sono *pQ(u)du₉ q'₀(iì)du*₉* all'incontro gli incrementi corrispondenti all'estremità dell'elemento *§s* compreso fra il punto *(u)* della prima curva e il punto *(u)* della seconda sono p_I — p_{09} q_t — q_{09} ossia , *f Q(u).* Quindi si ha

ed il seno dell'angolo *"X* compreso dai due elementi *ds, Ss* [eq. (2)] è dato da

se dunque si chiama *%n* la distanza normale delle due curve nel punto *(u)₉* si ha

Ora, se si vuole che la nuova variabile indipendente, che diremo w_9 determini, coi suoi incrementi eguali, i lati dei quadrateli! compresi fra le due curve e gli elementi normali ad esse, bisogna manifestamente che per essa risulti *ds = §n,* cioè: